

Grundlagen	
Mengen:	
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$	Natürliche Zahlen
$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$	Natürliche Zahlen (+0)
$\mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$	Ganze Zahlen
$\mathbb{Q} = \{\frac{z}{n}\}$	Rationale Zahlen
$\mathbb{R} = \{\dots, \sqrt{3}, \pi, \dots\}$	Reelle Zahlen

Trigonometrie		
Rechtwinkliges Dreieck:		
$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$	$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$	$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$
$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\cos(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\tan(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}$	

Allgemeines Dreieck:		
Sinussatz:	$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$	

Umrechnung Gradmass/Bogenmass:	
$x_{\text{Bogenmass}} = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi$	$x_{\text{Gradmass}} = \frac{\alpha}{\pi} \cdot 180^\circ$

Binomische Formeln	
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$	

Brüche	
$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{d}{b}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$	

Summenzeichen		
$\sum_i^n a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$		

Gaußsche Summenformel:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

 Für k^2 :

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Rechenregeln:

$$\sum_{k=s}^n (c \cdot a_k) = c \cdot \sum_{k=s}^n a_k$$

$$\sum_{k=s}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=s}^n a_k + \sum_{k=s}^n b_k$$

$$\sum_{k=s}^n (a_k \cdot b_k) = \sum_{k=s}^n a_k \cdot \sum_{k=s}^n b_k$$

$$\sum_{k=s}^n a_k + \sum_{k=n+1}^m a_k = \sum_{k=s}^m a_k$$

$$\sum_{k=s}^n a_{kl} = \sum_{k=s}^n \sum_{l=s}^n a_{kl}$$

$$\text{Indextransformation: } \sum_{k=s}^n a_k = \sum_{k=s-k_0}^{n-k_0} a_k + k_0 \rightarrow$$

Produktzeichen

$$\prod a = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$$

Logarithmen $a^y = x \rightarrow \log_a x = y$

$$\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v \quad \log_{10} x = \log x$$

$$\log_a \frac{u}{v} = \log_a u - \log_a v \quad \log_e x = \ln x$$

$$\log_a u^x = x \cdot \log_a u$$

$$\log_a(x) = \frac{\log(x)}{\log(a)} = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{\log_c(x)}{\log_c(a)} \quad \text{Basiswechsel}$$

$$\log_a(a^x) = x \quad \log_a(1) = 0$$

$$a^n = x \quad \rightarrow \quad n = \frac{\log(x)}{\log(a)}$$

$$\ln(x) = y \quad (|e^{\dots}) \rightarrow \quad x = e^y$$

Potenzen $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad a^{\frac{m}{n}} = a^{m-n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^n)^m = a^{m \cdot n} = (a^m)^n$$

$$a^0 = 1 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Rechenregeln:

$$x^{1+a} = y \cdot (a+2) \quad \rightarrow \quad x = (y \cdot (a+2))^{\frac{1}{1+a}}$$

Wurzel

Quadratwurzel: $\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 1$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{a^2} = |a| \rightarrow a \in \mathbb{R}$$

Wurzel Tricks:

$$\sqrt{\frac{x}{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$2\sqrt{x} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x}} = 2\sqrt{x \cdot (1 + \frac{1}{x})} = 2\sqrt{x+1}$$

Algem. Wurzel: $\sqrt[n]{a} = b \rightarrow b^n = a$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n}} \cdot a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{m+n}{mn}}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{n}} : a^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{m-n}{nm}}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[0]{a} \rightarrow \text{nicht definiert} \quad \sqrt[2n+1]{-1} \rightarrow \text{nicht definiert}$$

$$\sqrt[2n+1]{-1} = 1$$

Volumen und Flächen
Quadrat:

$$A = a^2 \quad U = 4 \cdot a \quad d = \sqrt{2} \cdot a$$

Rechteck:

$$A = a \cdot b \quad U = 2a + 2b \quad d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Dreieck:

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \quad U = a + b + c$$

Kreis:

$$A = \pi \cdot r^2 \quad U = 2\pi \cdot r \\ A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

Zylinder:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \quad A = 2 \cdot \pi(r^2 + r \cdot h)$$

Pyramide:

$$G \rightarrow \text{Grundfläche (Quadrat, Rechteck, Dreieck)} \\ V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \quad A = G + S_1, S_2, \dots$$

Kugel:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Nullstellen von Gleichungen
Grad 1

$$x_0 = -\frac{b}{a}$$

Grad 2

$$x_{1,2} = -\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Weitere Methoden:

- Polynomdivision
- Faktorisierung
- Binomisierung

Tricks mit lim

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{5n})^{-\frac{2n}{5}} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{5n})^{-\frac{2n}{5}} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{5n})^{\frac{5n}{2} - \frac{4}{25}} = e^{-\frac{4}{25}}$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - 2n}) &= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - 2n}) \cdot \frac{\sqrt{n^2 + n} + \sqrt{n^2 - 2n}}{\sqrt{n^2 + n} + \sqrt{n^2 - 2n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - (n^2 - 2n)}{\sqrt{n^2 + n} + \sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\sqrt{n^2 + n} + \sqrt{n^2 - 2n}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\sqrt{\frac{n^2 + n}{n^2}} + \sqrt{\frac{n^2 - 2n}{n^2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + \sqrt{1 - \frac{2}{n}}} = \frac{3}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{n}}}} = \frac{3}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{\infty}}}} = \frac{3}{\sqrt{1 + \sqrt{1}}} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Exponentialfunktion	
$f(x) = a \cdot b^x$	
$a \rightarrow$	Anfangswert
$b \rightarrow$	Wachstumsfaktor
$\rightarrow b > 1$	Wachstum
$\rightarrow b < 1$	Abnahme
Prozentuale Zu- oder Abnahme (p%)	
$b = 1 \pm \frac{p}{100}$	